

Simulace, vizualizace a analýza fyzikálních polí v počítači

Ing. Jan Růžička,
konzultant v oblasti projektování

Tento článek je úvodem do seriálu o analýze fyzikálních polí v počítači. Největší pozornost bude věnována elektromagnetickému (EM) poli. V menší míře bude pojednáno i o teplotních a deformačních polích, zejména jako důsledcích působení EM pole. Cílovou skupinou čtenářů jsou zejména odborníci střední a starší generace, kteří neměli možnost se s touto problematikou blíže seznámit v rámci studia. Měl by jim zprostředkovat základní orientaci v této disciplíně. Seriál bude prezentovat praktické použití od jednoduché cívky až po zkoumání polí v transformátoru a elektromotoru. Tato úvodní část obsahuje krátký exkurz do historie, připomene obsah některých pojmů, se kterými bude dále pracovat, a objasní základní postupy při řešení polí. Bude zde nastíněn základ numerických metod řešení polí a etapy řešení počítačovým programem.

Druhy fyzikálních polí

Přírodní děje jsou často popisovány pomocí polí. Jde zejména o skalární a vektorová pole.

Skalární pole je zobrazení, které události (v čase a prostoru) přiřazuje jedinou reálnou veličinu. Jako příklad lze uvést hustotu, tlak nebo teplotu prostředí. V elektromagnetickém poli je tímto polem např. elektrostatický potenciál nebo hustota náboje. Obecně je skalární pole funkcí tří prostorových proměnných a času. Zapisuje se ve tvaru $f = f(t, x, y, z)$. Se skalárním polem souvisí pojem tzv. izočar nebo ekvičar. Jde o místa v poli, kde příslušná veličina nabývá konstantní hodnoty.

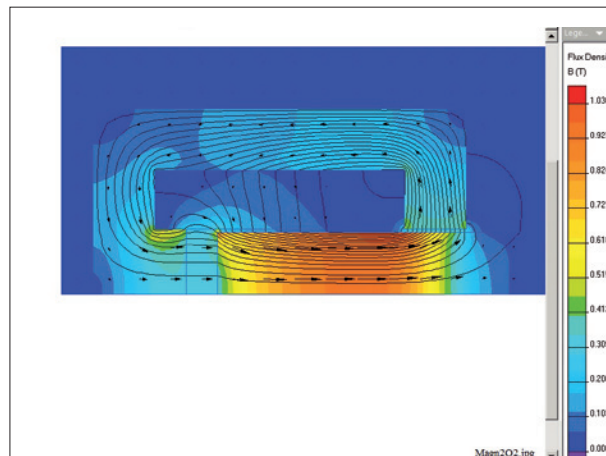
Vektorové pole je zobrazení, které události (v čase a prostoru) přiřazuje trojici veličin (složek). Příkladem mohou být rychlost proudu kapaliny, napětí, deformace tělesa aj. V EM poli je to např. magnetická indukce nebo intenzita elektrického pole. Zapisuje se ve tvaru: $\mathbf{K} = \mathbf{K}(t, x, y, z)$. S vektorovým polem souvisí pojem siločar a indukčních linií. Tečný vektor k siločáře zobrazuje směr intenzity elektrického pole. Hustota siločar v místě je měrou její velikosti. Pojem indukčních linií platí analogicky pro magnetické pole.

Vývoj zkoumání polí

Hloubka a přesnost poznání polí bezprostředně ovlivňují nejen správný a ekonomický návrh mnoha průmyslových zařízení, ale i jejich bezpečný a optimální provoz. Cesty

k dosažení tohoto cíle byly v průběhu lidského poznávání různé a postupně se zdokonalovaly. Hlavními směry byly:

- matematické řešení vztahů pro tato pole,
- fyzikální model (zmenšenina) skutečného tělesa nebo zařízení.



Obr. 1. Elektromagnetické pole válcového magnetu – aktuátoru

Analytické řešení rovnic většiny polí je možné pouze v případech s jednoduchou geometrií a okrajovými podmínkami. Poměry u reálných těles se od těchto ideálních značně liší. Rovněž nelineární vlastnosti materiálů takového řešení vylučují. Nouzově jsou proto přijímána různá zjednodušení v geometrii i v popisu vlastností těles. Výsledky těchto postupů bývají značně nepřesné, až nepoužitelné. Proto se v minulosti při návrhu nového zařízení a ověřování jeho fungování používaly fyzikální modely. Jako příklad lze uvést modelování leteckých profilů v aerodynamickém tunelu nebo ověřování proudění vody v přírodním kanálu turbíny na modelu hydroelektrárny. Z elektrotechniky lze uvést např. zkoušení modelů transformátorů a elektromotorů. Tyto modely před-

stavují velmi dobré přiblížení ke skutečnosti. Jejich značnou nevýhodou je jejich finanční nákladnost. Při použití pro návrh průmyslového výrobku je nevýhodou rovněž dlouhá doba nutná k realizaci modelu.

Ačkoliv se ani dnes nelze v průmyslové výrobě obejít bez fyzikálního modelu, zmíněné důvody byly příčinou rychlého rozvoje numerického řešení polí. Významné pokroky byly patrné zhruba od poloviny minulého století a byly urychleny nástupem samočinných počítačů. Jejich skutečný rozkvět nastal asi před čtvrt stoletím, po zkonstruování prvního osobního počítače. Tím se pro použití numerických metod otevřela možnost přímé vizualizace zadání i výsledků na monitoru. Z numerického modelování polí se díky rychlému vývoji softwaru a hardwaru počítačů stal mocný nástroj pro analýzu polí, bez kterého si v současnosti další vývoj mnoha oborů již nelze představit. Kromě použití v průmyslu je užítí simulačních programů EM polí významným pomocníkem při výuce na elektrotechnických fakultách vysokých škol. Po tomto obecném úvodu je možné se podrobněji věnovat problematice přímo spjaté s rozvojem elektrotechniky. Tou je elektromagnetické pole.

Analýza elektromagnetického pole v počítači

Standardní oblasti analýz jsou:

- elektrostatika,
- proudová pole stejnosměrná a střídavá,
- magnetostatika,
- střídavá magnetická pole,
- přechodné elektromagnetické jevy.

Teoretickým podkladem pro numerické řešení jsou čtyři Maxwellovy rovnice a dvojice materiálových vztahů.

Nástin principu numerického řešení

K numerickému řešení parciálních diferenciálních rovnic v inženýrské praxi se používá metoda konečných prvků (MKP). Základní myšlenka MKP je založena na diskretizaci oblasti řešení, tj. na její rozdělení do mnoha prvků jednoduchého tvaru, které se nazývají konečné prvky. Prvek je určen svými vrcholy, nazývanými uzly. Nejjednodušší prvky pro rovinnou úlohu jsou trojúhelník a čtyřúhelník, pro prostorovou úlohu čtyřstěn, pětistěn a šestistěn. Veličina popsaná parciální diferenciální rovnicí (např.

teplota, potenciál, složky vektoru pole) je aproximována na každém prvku z uzlových hodnot. Pro uzlové hodnoty počítané veličiny je na základě diskretizace příslušné parciální diferenciální rovnice některou z variant MKP sestavena soustava rovnic. Vyřešením soustavy se získají hledané uzlové hodnoty. Podrobnější informace k numerickému řešení lze nalézt např. v [1]. Již uvedené kroky vykonává program sám, bez zásahu uživatele.

Hranice

Podle počítané oblasti analýzy se zde zadá hraniční (okrajová) hodnota veličiny nebo její průběh podél hranice. U časově proměnných polí může být hraniční podmínka i funkcí času. Například v elektrostatice jsou v hraničních podmínkách zadávány zejména hodnoty napětí nebo plošné hustoty náboje.

Řešení úlohy lze rozdělit do těchto tří etap:

- příprava úlohy (*preprocessing*),
- řešení úlohy (*processing*),
- analýza výsledků (*postprocessing*).

Před popisem etap řešení je vhodné se stručně zmínit o vlastních programech pro numerické řešení polí. Podle užití této geometrie se rozlišují dvě skupiny, tzv. **2D** a **3D**.

Programy 2D jsou určeny pro řešení dvojrozměrných polí. Zde lze podle konkrétní úlohy volit mezi souřadným systémem rovinným (*plane-parallel*) a osově symetrickým (*axisymmetric*). Typickou aplikací rovinného systému je řešení pole několika přímých paralelních vodičů. Jako typickou aplikací osově symetrického systému lze uvést magnetické pole válcové cívky.

Programy 3D umožňují řešit trojrozměrná pole. Jde výhradně o zahraniční programy, které se snaží obsáhnout co nejvíce fyzikálních polí. EM pole je tak pouze jedno z mnohých. To souvisí rovněž s zpracováním pre- a postprocesorů pro EM pole a zejména uživatelskou vlivností.

Ta bývá u 2D programů obvykle větší. Rovněž ceny 3D programů bývají výrazně vyšší než ceny jejich 2D obdob.

Protože detailní obsah etap řešení se podle konkrétního programu může lišit, budou zde stručně uvedeny pouze jejich společné znaky. Etapy budou podrobněji popsány v následujících příkladech:

1. Příprava úlohy (preprocessing)

V této etapě je podle druhu řešené úlohy vybrána příslušná standardní oblast analýzy (např. magnetostatika). Dále se zvolí souřadný systém (např. osově symetrický) a délková jednotka (např. mm).

Následuje vytvoření geometrického modelu úlohy grafickým editorem programu. Jednotlivé oblasti modelu vznikají spojováním hraničních bodů zadaných z klávesnice nebo přímo myši. Jejich spojením úsečkami a oblouky lze vytvořit i velmi složitý tvar. K takto vytvořeným oblastem se přiřadí fyzikální vlastnosti a k jejich hraničním okrajové podmínky. Příprava úlohy se zakončí vygenerováním diskretizační sítě, obvykle trojúhelníkové. Tato činnost je u soudobých programů zcela automatizovaná a optimalizovaná. Uživatel pouze klikne na ikonu pro start generování.

2. Řešení úlohy (processing)

Jde o etapu, ve které probíhá vlastní automatické řešení úlohy. Uživatel kliknutím na příslušnou ikonu tento proces pouze odstartuje a v jeho průběhu do něj nemusí zasahovat. Obvyklé doby řešení na běžném domácím PC se podle složitosti a typu úlohy pohybují v řádu sekund až minut.

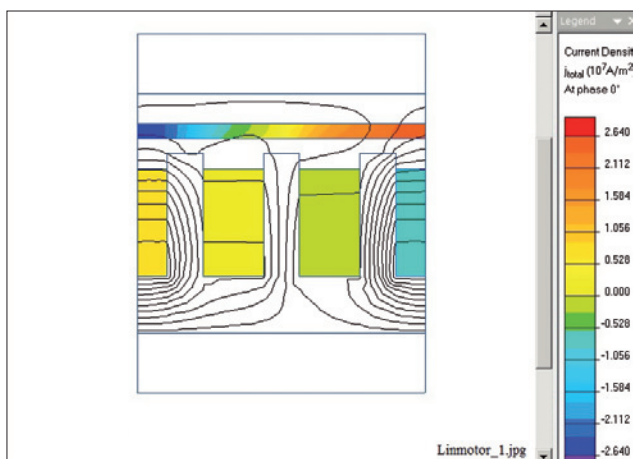
3. Analýza výsledků (postprocessing)

Po skončení předchozí etapy jsou v této fázi vyhodnocovány získané údaje. Programy zobrazují rozložení vypočítaných veličin pomocí tzv. barevných map. Dále lze zobrazit potřebné ekvičáry, rozložení vektorů v poli aj. Kliknutím na libovolné místo oblasti lze v doprovodném okně získat informaci o velikosti všech veličin v tomto místě. Tyto veličiny, které přísluší pouze konkrétnímu místu, se nazývají lokální. Je-li vybrána celá podoblast (blok), lze získat výčet tzv. integrálních veličin bloku (např. mechanickou sílu, celkový proud aj.). Protože další obsah postprocessingu se podle konkrétního programu může značně lišit, obecný popis zde končí a bude doplněn na konkrétních příkladech.

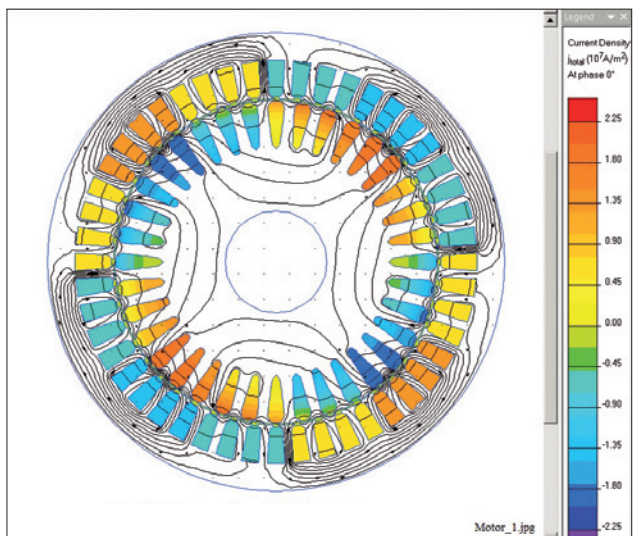
Na závěr jsou uvedeny tři ukázky map polí realizovaných programem QuickField-Professional ver. 5.8 firmy Tera Analysis Ltd. (www.quickfield.com). Na obr. 1 je barevná mapa indukce a průběh indukčních linií v osovém řezu elektromagnetem. Oranžová oblast v obrázku přísluší pohyblivé části elektromagnetu (táhlou). Druhý obrázek (obr. 2) představuje mapu proudové hustoty a indukční linie v lineárním elektromotoru. Dobře je patrná duhová oblast indukovaných vířivých proudů. Na posledním obrázku (obr. 3) je mapa proudových hustot v příčném řezu třífázového čtyřpólového asynchronního elektromotoru s kotvou nakrátko. Současně je zobrazen i průběh indukčních linií. V tomto případě je simulován stav pro nulové otáčky rotoru. Tento případem se budou následující díly seriálu věnovat podrobněji.

Literatura:

- [1] DĚDEK, L. – DĚDKOVÁ, J.: *Elektromagnetismus*. VUTIUM, 2000.
- [2] MAYER, D.: *Elektrodynamika v elektrotechnice*. BEN, 2005.



Obr. 2. Pole v lineárním elektromotoru



Obr. 3. Pole v asynchronním elektromotoru

Oblast řešení

Řešení úlohy se hledá pro zvolenou prostorovou oblast. Přestože tvar oblastí může být obecně libovolný, v praxi jsou obvykle voleny jednoduché tvary. Jsou to: hranol, válec a koule. Uvnitř oblasti jsou zkoumaná tělesa, včetně zdrojů pole (např. proudy, náboje aj.). Ta tvoří tzv. podoblasti (bloky). Ty charakterizují vlastnosti podle příslušné oblasti analýzy. Například pro elektrostatiku to je buď permitivita, nebo objemová hustota náboje. Oblast je uzavřena do hraničního povrchu (hranice).